DOI: 10.3901/JME.2008.12.296

轮胎超弹性本构材料参数确定的影响因素分析*

何志刚1 董大鹏1 王国林1 应世洲2 周孔亢1

(1. 江苏大学汽车与交通工程学院 镇江 212013;

2. 风神轮胎股份集团有限公司 焦作 454003)

摘要:轮胎橡胶超弹性本构模型材料参数的准确确定对车辆轮胎设计理论具有重要意义。首先研究国内外超弹性本构模型参 数确定中常用的理论计算流程和试验方法,并回顾常用的几种确定本构关系材料参数的应力应变曲线。通过对橡胶材料硫化 程度、疲劳试验次数、加卸载顺序等因素对橡胶材料性能的影响研究,对车辆轮胎超弹性本构模型参数确定方法进行探讨, 发现橡胶材料的力学性能不仅取决于其承受的峰值载荷,而且很大程度上取决于载荷的施加顺序。基于橡胶弹性物理学理论, 通过分析比较,确定轮胎力学分析中用于本构模型参数拟合的试验曲线选取原则:首先应确定所研究的轮胎橡胶材料的实际 硫化程度:再结合考察轮胎实际运行工况,通过试验或者数值仿真技术确定材料加载历程中经历的最大峰值载荷;采用该载 荷峰值下的橡胶材料循环特性曲线作为材料本构关系曲线来拟合相应材料参数。循环次数采用 3 万次可满足精度要求:从提 高试验效率出发,也可采用定载荷下 7 次循环后稳定的力学曲线。 关键词:超弹性本构模型 循环 疲劳 硫化程度

大键词: 超弹性平构模型 循环 波労 弧化柱 中图分类号: U463.341

Influence Factors for Material Parameters Determination of Hyperelastic Constitutive Model of Vehicle Tire Rubber

HE Zhigang¹ DONG Dapeng¹ WANG Guolin¹ YIN Shizhou² ZHOU Kongkang¹ (1. College of Automotive and Traffic Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013; 2. Aeolus Tire Co. Ltd., Jiaozuo 454003)

Abstract: The definition accuracy of hyperelastic constitutive model material parameters of tyre rubber is signific ant for vehicle tire design. Current theory and test methods for the material definition are studied, and several popular stress-strain curves for determining the material parameters are reviewed. Through the research of the influence of some factors, such as rubber cure state, fatigue cycle numbers, and load & unloading sequence, on the rubber properties, the material definition method is discussed. It is found that the mechanical properties of rubber are not only related to the withstand peak load, but also to a large extend related to the load applied sequence. Based on the rubber elasticity theory and through comparison and investigation, the principle of selecting the experimental curves used for the fitting of constitutive model parameters in the mechanical analysis of tire is determined. Firstly, the actual cure state of test tire rubber should be evaluated. Secondly, based on the actual running condition of tire, through test or numerical simulation technique, the max peak load experienced by the material in the loading sequence is determined. At last, rubber cycle curves at the peak load are .adopted as the constitutive relation curves of material to fit the corresponding material parameters. 30 000 cycle numbers in the test can meet the accuracy requirement. is proved valid, although 7 cycle numbers can be optional if test effeciency is highlighted.

Key words: Hyperelastic constitutive model Cycle Fatigue Cure state

0 前言

轮胎橡胶材料本构模型的精确性对车辆轮胎

设计和理论研究具有重要意义^[1]。由于轮胎橡胶材 料具有复杂的分子特性,研究者采用统计热力法或 唯象法研究温度、周围介质、时间、载荷率和应变 等因素对其材料特性的影响,试图真实可靠地描述 其材料属性。许多材料本构模型因此而衍生^[2-3]。

近年来,以分子统计热力学为基础的本构模型

高等学校博士学科点基金(20070299006)、江苏省教育厅 (08KJD580002)、江苏省六大人才高峰(07D019)和江苏大学创新基金 (1293000417)资助项目。20071219 收到初稿,20080806 收到修改稿

日益深入,尤其是 Arruda-Boyce 八链模型的建立, 从一定程度上解释了大变形时分子链的非高斯特性, 由此也找到了以应变不变量表示的唯象法本构模型 和分子统计热力学法本构模型之间的一些联系。统 计热力学本构模型的成功为描述其他复杂行为的本 构模型打下了基础。但是,以分子统计热力学为基 础的本构模型也因为其繁复的表达形式和求解的难 收敛性,难以广泛使用。唯像法模型能用拟合出来 的材料参数去解释其他各种应力状态下的试验数据, 针对各种载荷能给出稳定的结果,能够描述材料较 大的变形范围,且因为易于适用于数值计算方法, 而被广泛使用⁽⁴⁻⁵⁾。

然而,这些本构模型的材料参数都需要从橡胶 材料试验中得出。相关材料试验方法种类繁多,多 数试验方法并没有一个完善的标准,不同的试验方 法将得出不同的参数^[6-7]。因此,本文通过对本构模 型材料参数的确定流程的研究,拟对参数测定过程 中的影响因素进行研究,并建立合理的参数测定试 验流程。

轮胎橡胶超弹性本构模型的材料 参数确定流程

橡胶材料通常近似地当成超弹性材料来处理, 以 Mooney-Rivlin 超弹性本构模型最常用。其应变 能函数 W 是变形张量不变量 $I_4(i=1, 2, 3)$ 的函数,即 $W = W(I_1, I_2, I_3)$,考虑到橡胶材料的不可压缩性(即 $I_3=1$),用变形张量不变量级数形式表示为

$$W = \sum_{i+j=1}^{N} C_{ij} (I_i - 3)^i (I_j - 3)^j$$
(1)

式中 C_{ij}——试验数据回归的 Rivlin 系数

Cauchy 应力张量

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\boldsymbol{I} + 2\frac{\partial W}{\partial \boldsymbol{I}_1}\boldsymbol{B} - 2\frac{\partial W}{\partial \boldsymbol{I}_2}\boldsymbol{B}^{-1}$$
(2)

 $I_2 = \frac{1}{2} [I_1^2 - \operatorname{tr}(\boldsymbol{B}^2)]$ $I_3 = \det \boldsymbol{B}$

对于炭黑填充橡胶材料, $\partial W / \partial I_2$ 远远小于 $\partial W / \partial I_1$, 且近似为零, 故

W = C₁₀(I₁-3)+C₂₀(I₁-3)²+C₃₀(I₁-3)³ (3)
 式(3)即 YEOH 模型, C₁₀、C₂₀、C₃₀为材料参数。
 由于 YEOH 模型形式简单、精度足够,且仅由单轴

拉伸试验即可确定其系数,因而近年来使用广泛^[4]。 对于单轴拉压,主伸长率

$$\lambda_2^2 = \lambda_3^2 = 1/\lambda_1 = 1/\lambda$$

式中 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \longrightarrow = = = 维状态下, 三个主方向的伸长率 $\lambda \longrightarrow = = 通用伸长率$$

主应力

$$\sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

$$\sigma_1 \approx 2 \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right) \frac{\partial W}{\partial I_1}$$
(4)

由式(3)、(4)得到

$$C_{10} + 2(I_1 - 3)C_{20} + 3C_{30}(I_1 - 3)^2 = \frac{\sigma_1}{2\left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2}\right)}$$
(5)

式(5)中材料常数通常使用材料试验机对橡胶 试片进行拉断,将得到的结果数据进行处理而得 到^[8-9],本构模型材料参数确定流程图如图1所示。



图 1 本构模型材料参数确定流程图

然而由于轮胎橡胶经历的载荷工况很复杂,以 及橡胶特有的 Mullins 效应,轮胎橡胶材料在载荷 循环过程中会出现软化现象,以何种状态下的应力 应变试验结果数据来推导材料参数,使其更能反映 轮胎的实际工作状况,尚须要探讨。

理论上需要取出破坏轮胎上的橡胶材料进行 试验,但是因为轮胎内部含有大量的帘线材料,橡 胶在硫化后不易取出试验需要的国标型试样等原 因,目前仍然采用试验室制备的橡胶试样进行试验。 图2所示的不同应变等级下循环状态下的橡胶超弹 性模型曲线为常用的本构关系输入曲线^[10],图2中 虚线即为用于材料参数拟合的应力应变主曲线。

除以上获取应力应变主曲线的方式之外,文献 [11-12]记载的应力应变主曲线还有以下几种。

(1) 直接对橡胶试样进行拉断的过程中的应力 应变数据。



图 2 常用应力应变主曲线

(2) 疲劳试验后橡胶试样的直接拉断的过程中 的应力应变数据。

(3) 橡胶试样若干次循环加卸载后性能稳定的 应力应变曲线数据。

这些主曲线的获得都与橡胶材料本构模型材 料参数测定中的循环次数、载荷历程、峰值载荷等 因素有关。为了研究这些影响因素,这里考虑了轮 胎橡胶材料的加载模式、疲劳试验次数等方面,分 别进行了橡胶材料单轴拉伸试验研究和分析。另外 考虑到试验室制备橡胶材料和实际运行工况中橡胶 材料的不同力学特性,也将硫化程度纳入考虑范围。

2 橡胶材料试样及各种试验步骤

2.1 试验仪器及试样

材料拉伸试验在高铁公司橡胶拉力试验 机 GTS2000 上执行。试验过程中,拉伸速率为 500 mm/min±50 mm/min,且室温保持恒定。

橡胶试样实验室制备,硫化温度为 151 ℃;试
 样类型采用裁刀一次性裁出的国标哑铃 I 型试样。

2.2 各种力学特性曲线的试验测定步骤

2.2.1 直接拉断试验

根据 GB/T528-1992,取出一组橡胶材料,测量 并记录厚度,装载上 GTS2000 直接拉断,记录试验 数据。

2.2.2 循环试验

此类试验无可用标准,试验过程参照 GB/T528-1992。取一组橡胶材料,测量并记录厚度, 装载上 GTS2000 拉伸至预定伸长(例如 λ=1.5)时, 卸载,记录应力应变时间历程。然后再加载至原预 定伸长,如此反复,直到两次循环的加卸载曲线不 再出现变化,记录稳定的加卸载试验曲线。

2.2.3 疲劳试验

根据国标 GB/T1688-1986,取出一组橡胶材料, 测量并记录厚度,装载上疲劳拉伸机,在疲劳循环 (循环特性 R=0)应变幅值为 60%的条件下执行 5 万 次疲劳试验; 其他试验条件参照国标,记录试验 数据。

3 不同影响因素的结果分析

3.1 硫化程度对力学特性的影响

考虑到轮胎产品在硫化成形过程中,材料硫化 程度因为轮胎结构以及材料自身性质的影响各不相 同,使得同种材料的力学特性在不同部位(例如胎冠 两侧与胎冠中心处同配方的胎面胶),也会表现出很 大差异^[13-14]。因此,在试验室试样制备过程中,先 根据轮胎硫化测温数据和 Arrhennius 公式^[15]计算 等效硫化时间,将等效硫化时间加减 4 min,分别 得到过硫和欠硫状态下的硫化时间以表征过硫和欠 硫状态。

图 3 表示胎面胶按疲劳拉断试验步骤得到的应 力应变关系曲线,可以看出硫化程度对其力学特性 具有显著的影响。通过对所测轮胎上全部 11 种橡胶 材料的硫化程度对力学特性影响的试验研究发现, 这种影响基本遵循以下规律:过硫状态(胎面橡胶等 效硫化时间 42 min)试样定伸长下应力值低于其他 两种硫化状态的应力值;正硫化状态(等效硫化时间 38 min)和欠硫状态(等效硫化时间 34 min)的力学状 态比较接近。然而,对于胎面橡胶,值得注意的是, 由于厚度较厚,各部位存在很大程度的过硫。



图 3 胎面胶不同硫化程度下应力应变曲线

3.2 定拉伸幅值疲劳循环次数对橡胶材料力学特 性的影响

图 4 所示为 TVPA 分别经历 1 万、2 万、3 万、 5 万和 10 万次定幅值疲劳循环后的应力应变曲线。 1 万次疲劳的应力数据比其他次数的疲劳应力值要 大; 2 万次、3 万次和 10 万次疲劳的曲线接近重合; 10万次疲劳曲线形态位于最下。

从试验分析中可以得到以下结论。

(1) TVPA 在经受不同次数的疲劳循环后,其材 料状态发生了较明显的规律性变化,在不同的疲劳 循环次数下,橡胶材料表现出来的力学性能完全不 一样;从图 5 可以看出,其应力下降率 Δσ(式(6)) 随着应变/伸长率的变化而下降,并逐渐趋向恒定。 10 万次循环与1 万次循环相比,当应变在中小应变 (0%~40%)范围内橡胶材料性能大幅下降,而这一 范围正好是其在该橡胶材料在车辆实际运行过程中 的工作范围。



图 4 不同疲劳次数下应力应变曲线图



图 5 1 万/10 万次疲劳循环应力下降率曲线

图 5 中的曲线用 4 次多项式拟合很好,可以 得到

$$\Delta \sigma(N_1, N_2) = \frac{\sigma_{N_1}(\lambda) - \sigma_{N_2}(\lambda)}{\sigma_{N_1}(\lambda)} =$$

$$a_1 + a_2(\lambda - 1) + a_3(\lambda - 1)^2 + a_4(\lambda - 1)^3$$
 (6)

式中 N₁, N₂ ——试样经历的疲劳循环次数,此处 分别为1万次和10万次

a2 = 59.393 67

 $a_3 = -306.7473$

$a_4 = 399.5966$

(2) 从疲劳循环的次数与材料性能下降的趋势 来看,2~3 万次疲劳循环曲线与10万次疲劳循环 曲线已经很接近,如果对试验结果精度要求不是很 高,或者只是对疲劳的性能进行比较,可以采用3 万次疲劳循环曲线作为疲劳的试验曲线,以节约相 应试验时间。若要求较高的结果精度的话,还是 根据具体的运行情况采用高次数疲劳循环拉断曲线 为好。

(3) 试验必须采用同批橡胶材料在国标规定时 间段内执行试验,否则数据没有可对比性。

3.3 不同循环应变幅值对力学性能的影响

由于橡胶分子链在不同载荷下的重取向、变形 断裂机理不同,不同循环载荷历程下得到的应力应 变稳定关系曲线也不相同,因此有必要对不同载荷 历程下的应力应变关系作相应探讨。

取 ALT 橡胶材料依据上文提到的循环试验流 程分别执行顺序加载循环(预定伸长依次从 20%加 到 100%)和顺序卸载循环试验(预定伸长依次从 100%减到 20%)。循环次数选择在 10 次以内。由此 可得到以下结论。

(1) 橡胶材料在经历了第一次循环后软化,损耗面积 A₁(等效于材料的耗散功)大幅下降。如图 6 所示,以定伸长 100%拉伸循环为例,损耗面积大约下降 70%;在后续的循环过程中,面积虽有下降, 但是不明显。可以认定最多 7 次定伸长循环以后橡胶力学性能对该种载荷状态大致稳定。对于给定伸长 20%的拉伸循环,基本也能得到上述规律。这个结论与文献[5,11]得到的结论一致性很好。



(2) 橡胶材料在顺序加载循环下的反复循环可 以分割成不同载荷状态下的状态来看。在固定载荷

本不明显(图 10)。

(或者定伸)下,橡胶材料表现出的循环性质等同于 结论 1)(图 7)。随着固定载荷(定伸)的渐增,橡胶材 料的损耗面积持续变大,同时在每一固定载荷(定伸) 下,前两次循环造成橡胶的软化效果最明显。其第 一损耗面积的幅值随着经历的载荷状态变大而变大 (图 8)。

(3)橡胶材料在顺序卸载循环试验下表现出来的特性与单一载荷以及顺序加载循环工况不同(图9)。在各固定载荷(定伸)下,橡胶材料表现出的循环性质除在100%定伸(经历的最大载荷定伸)下等同于结论1),在其他定伸循环中表现出的软化效果基



图 7 顺序加载循环试验曲线图



图 8 顺序加载循环试验结果

(4) 橡胶材料在不同定伸循环状态下,如果载荷单调递增,橡胶材料加卸载路径不同;如果载荷单调递减,加卸载路径基本沿袭最大载荷下稳定状态的加卸载路径(图 7、9)。

(5) 其他轮胎橡胶材料类型在各种循环方式下 得到的结论与 ALT 橡胶材料相同。

对上述现象的原因通常从以下两个不同的方 面解释。

(1) 橡胶材料的力学性能很大程度上取决于其 承受的峰值载荷(伸长)。在以上各载荷单调递减(增) 工况中,存在着多级载荷的顺序递减(增)施加。轮



ī.0

4

1

0

0.2

图 9

0.4

工程应变 8

顺序卸载循环试验曲线图

0.6

0.8

工程应力 σ/MPa

胎橡胶含有大量添加剂和炭黑补强材料,材料内部 缺陷(微裂纹)较多。对于递减工况,由于第一次施 加的载荷为最大峰值载荷,在该级载荷的循环过程 中,造成橡胶内局部相邻裂纹相互迅速融合,裂纹 密度迅速降低,而在后续的多级载荷循环过程中, 因为载荷数值较低,使得裂纹融合不再明显;而对 于载荷单调递增工况,由于每一次循环的载荷峰值 都高于前一级载荷,裂纹的融合过程始终存在于整 个过程中,从而导致橡胶材料在不同定伸等级的循 环过程中都存在明显的应力软化效应。

(2) 从分子链角度出发,初始过载造成对应的 临界高分子链断裂,产生应力软化。当后续载荷峰 值低于初始过载载荷峰值,不能继续使临界长度的 分子链断裂,从而橡胶材料加卸载路径基本沿袭最 大载荷下的稳定加卸载路径,一旦继续施加的载荷 超过前期经历的峰值载荷,对应的更高临界的高分 子链发生断裂,从而使得顺序加载循环曲线中的加 卸载曲线不再沿原来路径进行。

目前一些新的本构模型即基于这些解释^[16-17]。然 而,它们通常只考虑顺序加载循环对材料性能的影 响,对顺序卸载循环的研究相对忽略;只考虑橡胶 材料在加载过程中的应力应变状态,对卸载过程相 对忽略。这对轮胎多工况的运行状态是不合理的, 尤其对分析轮胎温升过程是不确切的。结合轮胎实 际运行的工况,综合考虑轮胎橡胶材料的顺序加卸 载循环试验结果,可以认为:轮胎橡胶材料的顺序加卸 载循环试验结果,可以认为:轮胎橡胶材料的顺序加卸

4 结论

(1)试验结果和理论分析表明,橡胶试样力学性能在不同的加载模式下存在较大差异,对硫化程度、经历的最大载荷(定伸)、加载历程和加载次数具有很强依赖性。

(2)轮胎运行工况和载荷环境复杂,其力学性 能仿真的准确程度首先取决于材料本构关系曲线的 合理确定,全面考虑了其影响因素的本构关系曲线 才能真实反映轮胎橡胶材料的力学特性。

(3) 在不考虑温度对性能的影响的前提下,应 该先确定橡胶材料的硫化程度,再考察轮胎实际运 行工况,通过试验或者数值仿真技术确定轮胎中橡 胶材料加载历程中经历的最大峰值载荷,针对性地 采用该载荷峰值下的橡胶材料循环特性曲线作为材 料本构关系曲线来拟合相应的本构方程所需的材料 参数。循环次数采用3万次即可满足精度要求,从 提高试验效率出发,也可采用定载荷下7次循环后 稳定的力学曲线。在此基础上,即可以开展轮胎多 工况仿真,结合试验分析多工况下车辆轮胎的力学 特性。

参考文献

- POPOV V L, GEIKE T. A new constitutive model of rubber [J]. Tribology International, 2007, 40(6): 1 012-1 016.
- [2] TOMITA Y. Strain-rate-dependent deformation behavior of carbon-black-filled rubber under monotonic and cyclic straining[J]. Key Engineering Materials, 2007, 340-341 II: 1 017-1 024.
- [3] BERGSTRÖM J S, HILBERT Jr. L B. A constitutive model for predicting the large deformation thermomechanical behavior of fluoropolymers[J]. Mechanics of Materials, 2005, 37(8): 899-913.
- [4] 危银涛,杨挺青,杜星文.橡胶类材料大变形本构关系及其有限元方法[J].固体力学学报,1999,20(4): 281-289.
 WEI Yintao, YANG Tingqing, DU Xingwen. On the large deformation rubber-like materials:constitutive laws and

finite element method [J]. ACTA Mechanica Solida Sinica, 1999, 20(4): 281-289.

- [5] 夏勇. 轮胎橡胶材料在较大变形范围内准静态力学性能的研究[D]. 合肥:中国科学技术大学,2004. XIA Yong. Tyre rubber material quasi-static mechanic property research in large deformation[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2004.
- [6] QI H J, BOYCE M C. Constitutive model for stretchinduced softening of the stress-stretch behavior of elastomeric materials[J]. Journal of the Mech. and Physics of Solids, 2004, 52(10): 2 187-2 205.
- [7] BEDA T. Modeling hyperelastic behavior of rubber: A novel invariant-based and a review of constitutive models
 [J]. Journal of Polymer science, 2007, 45(3): 1 713-1 732.
- [8] 郑明军,谢基龙. 压缩状态下橡胶件大变形有限元分析[J]. 北方交通大学学报, 2001, 25(1): 76-79.
 ZHENG Mingjun, XIE Jilong. Finite element analysis of large deformation of compressed rubber component[J].
 Journal of Northern Jiaotong University, 2001, 25(1): 76-79.
- [9] 任全彬,蔡体敏,安春利,等. 硅橡胶"O"形密封圈

Mooney-Rivlin 模型常数的确定[J]. 固体火箭技术, 2006. 29(2): 130-134.

REN Quanbin, CAI Timin, AN Chunli, et al. Determination on Mooney-Rivlin model constants of silicon rubber "O"-ring[J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2006, 29(2): 130-134.

- [10] HKS. Ltd. Abaqus analysis user's manual[R]. HKS. Ltd., 2006.
- [11] MARS W V. Multiaxial fatigue of rubber[D]. Toledo: University of Toledo, 2001.
- [12] TOTH W J, CHANG J P, ZANICHELLI C. Finite element evaluation of the state of cure in a tire[J]. Tire Sci. & Tech., 1991, 19(4): 178-212.
- [13] 闫相桥, 童剑. 轮胎硫化过程的有限元分析[J]. 轮胎工业, 2002, 22(5): 259-267.
 YAN Xiangqiao, TONG Jian. Analysis of tire curing process with FEA[J]. Tire Industry, 2002, 22(5): 259-267.

[14] 董巍,时震涛. 测温技术在子午线轮胎硫化中的应用
[J]. 轮胎工业, 2003, 23(5): 300-302.
DONG Wei, SHI Zhentao. Application of temperature measurement to vulcanization of radial tire[J]. Tire Industry, 2003, 23(5): 300-302.

- [15] 王伟,邓涛,张萍,等. 轮胎硫化程度的计算分析[J]. 合成橡胶工业, 2005, 28(3): 191-194.
 WANG Wei, DENG Tao, ZHANG Ping, et al. Calculation analysis for degree of cure of tire[J]. Synthtrc Rubber Industry, 2005, 28(3): 191-194.
- [16] DROZDOV A D, DORFMANN A. Stress-strain relations in finite viscoelastoplasticity of rigid-rod networks: applications to Mullins effect[J]. Continuum Mech. and Theomodynamics, 2001, 13(3): 183-205.
- [17] CHAGNON G, VERRON E. Development of new constitutive equations for Mullins effect in rubber using the network alternation theory[J]. International Journal of Solids and Structure, 2006, 43(22): 6 817-6 831.

作者简介:何志刚,男,1975年出生,博士研究生。主要研究方向为车 辆轮胎力学与疲劳分析。

E-mail: redrobin@sohu.com

王国林,男,1965 年生,博士研究生导师。主要研究方向为车辆动态性 能分析与安全控制。

应世洲,男,1965年出生,副总工程师。主要研究方向为载重子午线轮 胎设计及制造。